

1. Einleitung

Theoretische Rechnungen¹ zeigen, dass der Wirkungsgrad einer Solarzelle begrenzt ist. Für eine (polykristalline) Silizium-Zelle beispielsweise werden 20 % genannt². Wirft man diese Zahl in eine Diskussionsrunde, wird mit Sicherheit entgegnet, Zellen mit anderen (Halbleiter-)Materialien und von anderer Bauart schafften 30 oder sogar 40 %. Verständlich: Rekordmarken erreichen in munterer Runde ungeahnte Höhen. Aber auch in der Öffentlichkeit verbreitet sich der Eindruck, Solarzellen könne man beliebig weiterentwickeln. Leider falsch: Die Temperatur der Sonne (6000 K), die Temperatur der Erdoberfläche (300 K), der Bandabstand des Halbleitermaterials (ca. 1 eV), um nur einige Zahlen zu nennen, setzen dem Fortschritt eine prinzipielle, nämlich physikalische Grenze.

Dass Rekorde im Bereich Solartechnik die Ausnahme sind, wurde mir klar, als ich den Wirkungsgrad der Solarzelle aus meinem Physik-Experimentierkasten³ bestimmte – gemäß Definition als Quotient von Ausbeute an elektrischer Leistung und Leistung des eingestrahlt Lichts. Die Sonne ersetzte ich durch eine Glühlampe, die Versuchsbedingungen entsprachen also nicht der Realität. Ich hoffte trotzdem, zumindest die Größenordnung zu treffen. Das Ergebnis war jedenfalls enttäuschend – sicher nicht nur wegen der Lampe als Ersatz-Sonne.

2. Formeln

Bezeichnet man die Leistung des Lichts mit P_{IN} , die erzeugte elektrische Leistung mit P_{OUT} , ist der Wirkungsgrad

$$(1) \quad \eta = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} .$$

Die Leistung P_{IN} ist das Produkt aus der Bestrahlungsstärke S (Einheit W/m^2), mit der das Licht auf die Zelle einfällt, und der Zellenoberfläche A :

$$(2) \quad P_{IN} = S \cdot A .$$

Die Bestrahlungsstärke am Ort der Zelle messe ich, indem ich die Zelle durch einen Schwarzkörper-Absorber ersetze, der die einfallende Lichtenergie in Wärme umwandelt und sich dabei erwärmt. Dieser Absorber ist eine berußte Aluminium-Platte gleicher Größe ($11 \times 11 \text{ cm}^2$) wie die Solarzelle. Gemessen wird die Rate, mit der die Absorber-Temperatur nach Beginn der Bestrahlung ansteigt. Nimmt man an, dass die einfallende Lichtenergie vollständig in die Wärme umgewandelt wird, ist diese Rate proportional zur gemessenen Temperaturerhöhung. Das ergibt sich aus folgender Überlegung: Die Wärmeenergie ΔQ , die zu einer Erhöhung der Temperatur um ΔT führt, ist gegeben durch

$$(3) \quad \Delta Q = c_{Al} m_{Al} \Delta T ,$$

wobei c_{Al} die spezifische Wärme von Aluminium und m_{Al} die Masse der Aluminium-Platte ist. Die durch das Licht zugeführte Leistung P_{IN} ist die im Zeitintervall Δt zugeführte Energie, geteilt durch Δt , also

$$(4) \quad P_{IN} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = c_{Al} m_{Al} \frac{\Delta T}{\Delta t} .$$

Damit hätte man P_{IN} durch Messung von c_{Al} , m_{Al} und $\Delta T/\Delta t$ bestimmt. In der Praxis geht man anders vor. Man bestimmt zunächst die oben genannte Bestrahlungsstärke S , das heißt die pro Flächeneinheit einfallende Leistung

$$(5) \quad S = \frac{c_{Al} m_{Al}}{A} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t},$$

und multipliziert diese dann mit dem Flächeninhalt A (durch den man vorher dividiert hatte). Man schreibt also Gleichung (2) in der Form

$$(6) \quad P_{IN} = \left(\frac{c_{Al} m_{Al}}{A} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} \right) \cdot A .$$

Diese Formel ist zwar praxistauglich, aber nicht exakt. Die genaue Rechnung⁴ zeigt, dass die Anstiegsrate $\Delta T/\Delta t$ der Temperatur im Laufe der Bestrahlung abnimmt und dass in den Formeln für P_{IN} und S ihr Wert *zum Zeitpunkt des Beginns* der Bestrahlung einzusetzen ist. In unserem Fall ist das kein Problem, da die Temperatur des Absorbers über einen längeren Zeitabschnitt linear ansteigt, so dass $\Delta T/\Delta t$ in diesem Bereich nahezu konstant ist. Die exakte Rechnung berücksichtigt, dass der Absorber zwar Lichtenergie in Wärme verwandelt, aber einen Teil der Wärmeenergie wieder abstrahlt, da er sich aufheizt.

Die Ausbeute an elektrischer Leistung P_{OUT} ist vergleichsweise einfach zu bestimmen. Die von der Zelle abgegebene Leistung ist das Produkt aus Spannung U an den Klemmen der Zelle und Stärke I des Stroms, der bei dieser Spannung in den Last-Stromkreis hineinfließt. Dieses Produkt wird der Kennlinie der Zelle entnommen. In die Formel für den Wirkungsgrad wird der Maximalwert dieses Produkts eingesetzt, also

$$(7) \quad P_{OUT} = (U \cdot I)_{\max}.$$

Gleichungen (6) und (7) zeigen, dass zur Bestimmung des Wirkungsgrades zum Einen die Bestrahlungsstärke zu messen ist und zum Anderen die Kennlinie der Zelle aufgenommen werden muss.

3. Bestrahlungsstärke

Der Aufbau zur Messung der Bestrahlungsstärke ist einfach: Eine 100 W-Glühlampe bestrahlt eine berußte Aluminium-Platte gleicher Größe wie die Solarzelle ($11 \times 11 \text{ cm}^2$), deren Temperaturanstieg mit einem elektrischen Thermometer gemessen wird. Der Ruß auf der Oberfläche der Platte macht diese zu einem fast idealen Schwarzkörper-Absorber. Die Platte befindet sich im Maximum des Intensitätskegels der Lampe – genau dort, wo später auch die Solarzelle platziert wird. Abbildung 1 zeigt die Anordnung. Die Bestrahlungsstärke wird, wie auch nachher die Kennlinie der Zelle, bei fünf

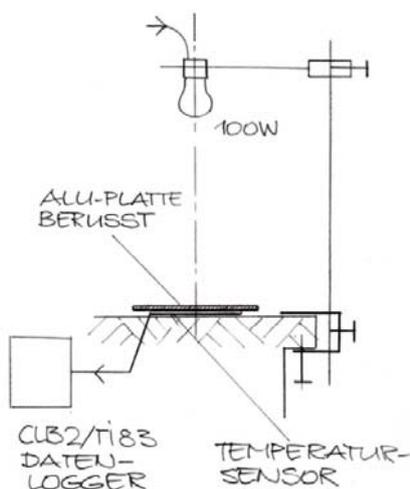


Abbildung 1 Messung der Bestrahlungsstärke S

verschiedenen Abständen d zwischen Lampe und Absorber gemessen. So lässt sich beiläufig feststellen, ob der Wirkungsgrad von der Bestrahlungsstärke abhängt. Zur Aufnahme der Temperaturkurve des Absorbers wird das Thermometer mit einem Datenlogger verbunden. Die Temperatur wird zur Kontrolle schon einige Minuten vor dem Beginn der Bestrahlung gemessen. In der Regel kühlt sich der Absorber in dieser Zeit etwas ab. Diese Abkühlung wird erfasst, indem eine Ausgleichsgerade durch die entsprechenden Messpunkte gelegt wird und diese schwach abfallende Gerade in den Zeitabschnitt der Bestrahlung extrapoliert wird. Nach Beginn der Bestrahlung steigt die Temperaturkurve in den ersten Minuten so gut wie linear an, so dass an die zugehörigen Punkte eine zweite, jetzt ansteigende Gerade angelegt werden kann. Aus dem Unterschied ΔT der Temperaturen zwischen den beiden genannten Geraden, abgelesen über dem entsprechenden Zeitintervall Δt , ergibt sich dann die in Gleichung (6) einzusetzenden Größe $\Delta T/\Delta t$. Ein Beispiel der Temperaturkurve zeigt

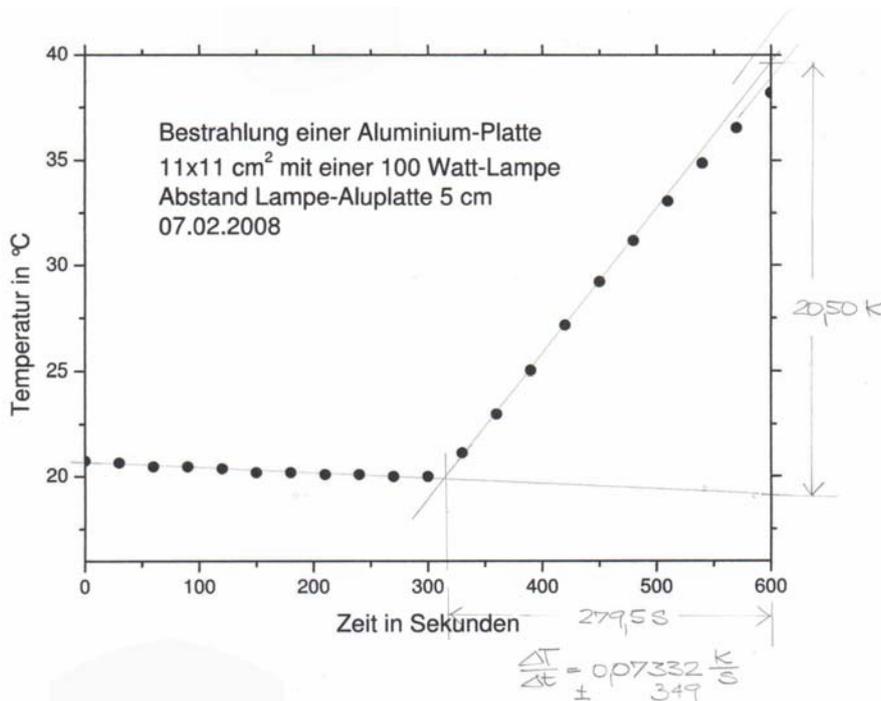


Abbildung 2 Messung der Bestrahlungsstärke, siehe Text

Abbildung 2. Die mit Bleistift eingetragenen Maßpfeile und Zahlenwerte deuten an, wie ΔT und Δt ermittelt werden. In Gleichung (6) gehen außer $\Delta T/\Delta t$ folgende Größen ein:

$$c_{Al} = 0,896 \text{ kJ/kgK (spezifischen Wärme von Aluminium)}$$

$$m_{Al} = 0,09818 \pm 0,00005 \text{ kg (Masse des Aluminium-Absorbers)}$$

$$A = 0,01199 \pm 0,00011 \text{ m}^2 \text{ (Flächeninhalt des Aluminium-Absorbers).}$$

Mit diesen Zahlen ergeben sich aus den gemessenen Anstiegsraten $\Delta T/\Delta t$ die in Tabelle 1 aufgeführten Bestrahlungsstärken S .

Tabelle 1 Bestrahlungsstärken S , gemessen für fünf verschiedene Abstände d zwischen Glühlampe und Absorber. S wird aus den gemessenen Anstiegsraten $\Delta T/\Delta t$ der Temperatur nach Gleichung (6) berechnet, siehe Text

d/m	$(\Delta T/\Delta t)/K \cdot s^{-1}$	$S/(kW/m^2)$
0,05	$0,07332 \pm 0,00349$	$0,5370 \pm 0,0256$
0,10	$0,03614 \pm 0,00139$	$0,2647 \pm 0,0102$
0,15	$0,02077 \pm 0,00112$	$0,1521 \pm 0,0082$
0,20	$0,01360 \pm 0,00056$	$0,0996 \pm 0,0041$
0,25	$0,00904 \pm 0,00048$	$0,0662 \pm 0,0035$

In Abbildung 3 ist die Bestrahlungsstärke S als Funktion des Abstands d aufgetragen (doppelt logarithmisch). Die Ausgleichsgerade zeigt, dass S in etwa proportional zu $d^{-1,3}$ ist. Der Exponent $-1,3$ ist eine empirisch bestimmte Zahl ohne weitere Bedeutung. Wichtig sind dagegen die absoluten

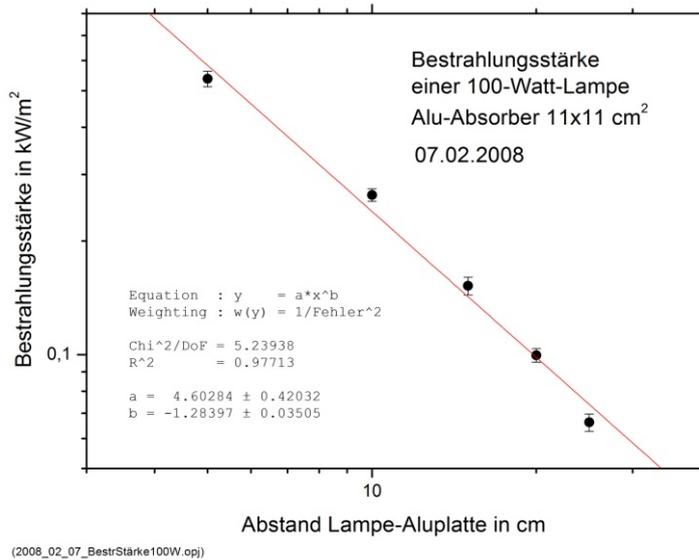


Abbildung 3 Bestrahlungsstärke S als Funktion des Abstands d (Daten der Tabelle 1, doppelt logarithmisch aufgetragen).

Werte der Bestrahlungsstärke. Eine Messung einige Jahre zuvor in derselben Anordnung ergab um ca. 30% kleinere Werte – und dementsprechend andere Werte für die Ausbeute an elektrischer Energie. Offenbar kann man die experimentellen Bedingungen ohne größeren Aufwand nicht exakt gleich machen.

4. Kennlinie der Solarzelle

Der Ertrag an elektrischer Leistung P_{OUT} ist nach Definition (Gleichung 6) der Maximalwert des Produkts aus Spannung U an den Klemmen der Zelle und Stärke I des Stroms, der bei dieser Spannung vom Verbraucher entnommen wird. Um diesen Maximalwert zu bestimmen, wird die Kennlinie der Zelle gemessen. Die Kennlinie ist der Graph, der die Stromstärke I als Funktion der Spannung U zeigt. Die Stromstärke wird variiert, indem man den Verbraucher durch einen ohmschen Widerstand R_L ersetzt, dessen Wert man in geeigneten Schritten verändert (Abbildung 4). Im vorliegenden Versuch

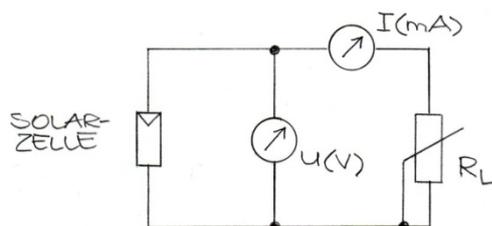


Abbildung 4 Messung der Kennlinie der Solarzelle. R_L einstellbarer Lastwiderstand

wird eine kommerzielle Widerstandsdekade mit Drehschaltern verwendet. Abbildung 5 zeigt eine dieser Kennlinien. Die Stromstärke, dargestellt durch die offenen Kreise, ist bis zu einer Spannung

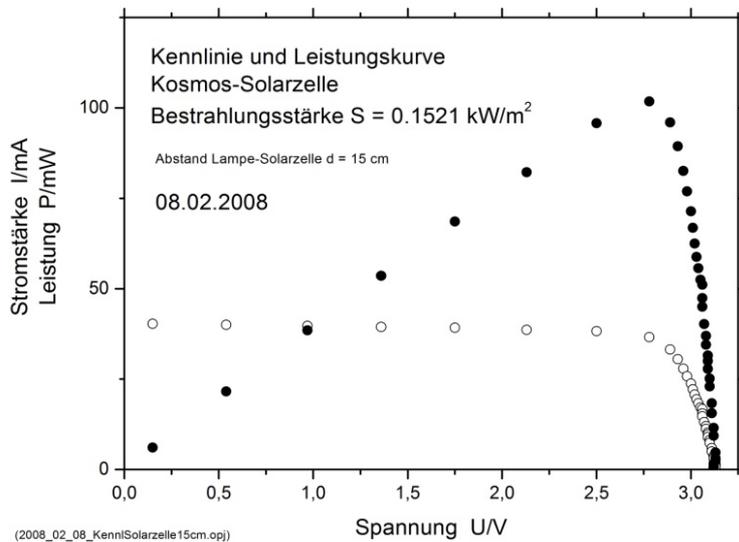


Abbildung 5 Kennlinie der Solarzelle. Offene Kreise: Stromstärke I , gefüllte Kreise: Leistung P_{OUT} . Das Maximum der Leistung ist $P_{OUT} = 102$ mW.

von etwa 3 V konstant und fällt dann abrupt auf den Wert Null. Die Leistung UI wird in der Abbildung durch die gefüllten Kreise dargestellt. Sie ist wegen der nahezu konstanten Stromstärke eine fast linear ansteigende Gerade, die in der Nähe von 3 V ihren höchsten Wert erreicht und danach ebenfalls steil nach unten geht. Dieser höchste, aus dem Graphen abgelesene Wert von UI ist definitionsgemäß P_{OUT} . In der Abbildung sind es ungefähr 102 mW,

Die Ausbeute an elektrischer Leistung P_{OUT} wird für dieselben Abstände d zwischen Lampe und Solarzelle gemessen, für die vorher die Leistung P_{IN} bzw. Bestrahlungsstärke S des Lichts bestimmt wurde. Tabelle 2 fasst das Ergebnis der Messung zusammen. Sie enthält die Bestrahlungsstärke S aus Tabelle 1, die aus S folgende Eingangsleistung $P_{IN} = A S$, den Messwert der Ausgangsleistung P_{OUT} und den aus P_{IN} und P_{OUT} folgenden Wirkungsgrad η , jeweils fünf Werte.

Tabelle 2 Ergebnis der Messung des Wirkungsgrads η (Zusammenfassung)

d/m	$S/(kW/m^2)$	P_{IN}/mW	P_{OUT}/mW	$\eta = P_{OUT}/P_{IN}$
0,05	0,5370	6439 ± 306	377 ± 17	$0,0586 \pm 0,0054$
0,10	0,2647	3174 ± 122	182 ± 3	$0,0574 \pm 0,0032$
0,15	0,1521	1824 ± 98	102 ± 2	$0,0559 \pm 0,0041$
0,20	0,0996	1194 ± 49	$54,8 \pm 1,1$	$0,0459 \pm 0,0027$
0,25	0,0662	794 ± 42	$37,6 \pm 1,2$	$0,0474 \pm 0,0038$

In Abbildung 6 sind die fünf Werte des Wirkungsgrads η (letzte Spalte in Tabelle 2) als Funktion der Bestrahlungsstärke S aufgetragen. Sie stimmen innerhalb der Fehlergrenzen überein. Ein Anstieg mit wachsender Bestrahlungsstärke ist zwar als Trend erkennbar, aber wegen der relativ großen

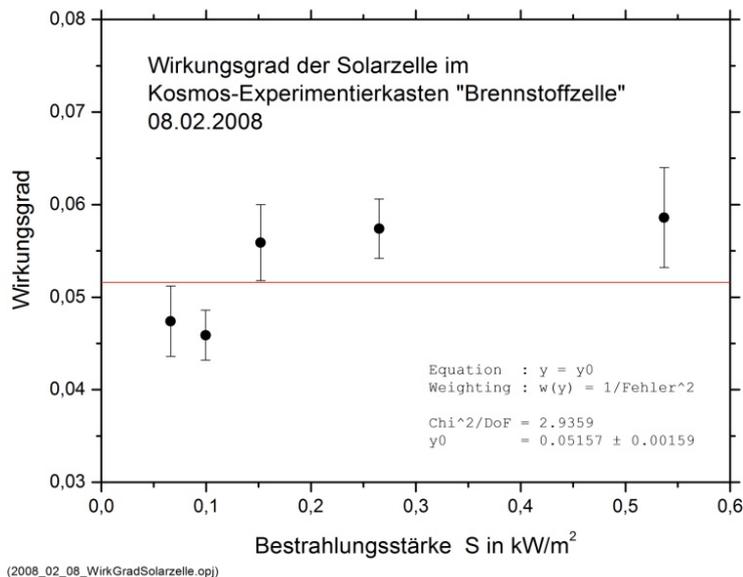


Abbildung 6 Wirkungsgrad η der Solarzelle als Funktion der Bestrahlungsstärke S . Die Messpunkte deuten einen Anstieg mit wachsendem S an, der ist aber wegen der großen Fehlerbalken nicht sicher. Die horizontale Gerade (rot) stellt den Mittelwert $5,2 \pm 0,8$ % der Punkte dar.

Fehlerbalken nicht sicher⁵. Als Ergebnis der Messungen wird deshalb der Mittelwert der in Tabelle 2 aufgeführten (und in Abbildung 6 dargestellten) η -Werte angegeben

Wirkungsgrad der Solarzelle (hier gemessen): $\eta = 5,2 \pm 0,8$ %.

Das ist verglichen mit den anfangs genannten 20 % kein umwerfendes Ergebnis. Fazit also: Die in der Literatur verbreiteten Werte – smaltalk-tauglich wie sie auch sein mögen – werden in der Praxis meist nicht erreicht.

Anmerkungen und Literatur

¹ zum Beispiel: Klaus Jäger, Olindo Isabella, Arno H.M. Smets, René A.C.M.M. van Swaaij, Miro Zeman, *Solar Energy*, Skript der Delft University of Technology (2014), <https://online-learning.tudelft.nl>

² z. B. Wikipedia

³ Kosmos-Experimentierkasten *Brennstoffzelle*

⁴ Rechnung siehe Anhang

⁵ Ein Anstieg des Wirkungsgrads mit wachsender Bestrahlungsstärke wird beispielsweise auch gemessen von: M. Chegaar, A. Hamzaoui, A. Namoda, P. Petit, M. Ailleri, and A. Herguth, *Effect of illumination intensity on solar cells parameters*, Energy Procedia **36**, Elsevier (2013), 722 – 729

Anhang

Bestrahlungsstärke und Temperaturanstieg des Absorbers

Der Absorber der Versuchsanordnung bestehe aus einem Material mit der spezifischen Wärmekapazität c_M , habe eine Masse m und eine wirksame Fläche A . Seine (absolute) Temperatur sei T , die Umgebung habe die Temperatur T_U . Er werde von der Sonne mit der Strahlungsleistung P_S (Einheit Watt) bestrahlt. Dann ist die Wärmeleistung $c_M m \dot{T}$, die er netto aufnimmt, gegeben durch

$$(1) \quad c_M m \dot{T} = P_S + A\sigma T_U^4 - A\sigma T^4 .$$

Der Punkt über dem T auf der linken Seite dieser Gleichung kennzeichnet, wie üblich, die zeitliche Ableitung der Temperatur. Die Terme, die auf der rechten Seite dieser Gleichung neben der Strahlungsleistung P_S der Sonne erscheinen, sind Strahlungsleistungen, die den (Wärme-) Strahlungsaustausch zwischen Absorber und Umgebung beschreiben. Man erkennt unschwer, dass dafür das *Stefan-Boltzmannsche* Gesetz zuständig ist. Der Term $A\sigma T_U^4$ ist die Leistung, mit der die Umgebung auf den Absorber einstrahlt, und $A\sigma T^4$ die Leistung, die er selbst abstrahlt. Gleichung (1) ist eine Differenzialgleichung in T . Da die beiden Temperaturen T und T_U annähernd gleich sind, entwickeln wir T^4 nach *Taylor*. Das heißt, wir setzen näherungsweise

$$(2) \quad T^4 = T_U^4 + 4T_U^3(T - T_U) .$$

Damit vereinfacht sich Gl. (1) zu

$$(3) \quad c_M m \dot{T} = P_S - 4A\sigma T_U^3(T - T_U) .$$

Ein geeigneter Lösungsansatz ist

$$(4) \quad T - T_U = T_\infty(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

mit den Parametern T_∞ und τ . Daraus folgt

$$(5) \quad \dot{T} = \frac{T_\infty}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} .$$

Setzt man das in Gl. (3) ein, ergibt sich

$$c_M m \frac{T_\infty}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = P_S - 4A\sigma T_U^3 T_\infty(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

oder, nach Ausklammern des Exponentialterms,

$$e^{-\frac{t}{\tau}} \left[4A\sigma T_U^3 T_\infty - c_M m \frac{T_\infty}{\tau} \right] + \left[P_S - 4A\sigma T_U^3 T_\infty \right] = 0 .$$

Damit die linke Seite dieser Gleichung für alle Zeiten t verschwindet, müssen die Klammern (jede für sich) gleich Null sein. Daraus folgen für T_∞ und τ die Ausdrücke

$$T_\infty = \frac{P_S}{4A\sigma T_U^3} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{c_M m}{4A\sigma T_U^3} .$$

Die Lösung der Differenzialgleichung (1) ist daher

$$(6) \quad T(t) - T_U = \frac{P_S}{4A\sigma T_U^3} \left(1 - e^{-\frac{4A\sigma T_U^3}{c_M m} t} \right).$$

Als zeitliche Ableitung von $T(t)$ folgt daraus

$$(7) \quad \dot{T}(t) = \frac{P_S}{c_M m} e^{-\frac{4A\sigma T_U^3}{c_M m} t}$$

und

$$(8) \quad \dot{T}(0) = \frac{P_S}{c_M m} .$$

Ersetzt man P_S und $\dot{T}(0)$ durch die Größen P_{IN} beziehungsweise $\Delta T/\Delta t$, so erhält man Gleichung (4) des Textes.